

Revisão das cartas de controle multivariadas paramétricas
Review of parametric multivariate control charts

Tamires Fernanda Barbosa Nunes^a, Rafael da Costa Carrir^b, Ariane Ferreira Porto Rosa^c, Rogerio Royer^d

^a Bacharel em Engenharia de Produção. Universidade Federal de Pelotas (UFPEL). Centro de Engenharias. tamiresfbnunes@gmail.com

^b Acadêmico do Curso de Engenharia de Produção. Universidade Federal de Pelotas (UFPEL). Centro de Engenharias. rafacarrir@bol.com.br

^c Doutora em Engenharia. Universidade Federal de Pelotas (UFPEL). Centro de Engenharias. afprosa61@gmail.com

^d Doutor em Administração. Universidade Federal de Pelotas (UFPEL). Centro de Engenharias. rogroyer@ufrgs.br

Resumo

Os processos industriais atuais, dotados de automação industrial e de um alto volume de dados inerentes aos processos têm exigido o controle das variáveis em tempo real, para que seja possível obter respostas rápidas à detecção e correção de falhas ocorridas durante o processo. A natureza multivariável dos processos industriais exigem métodos mais robustos para se obtenha um controle estatístico efetivo. As Cartas de Controle Multivariadas Paramétricas são amplamente utilizadas no setor industrial para o monitoramento e controle de processos. As Cartas de Controle Multivariadas Paramétricas são cartas de controle tradicionais que pressupõe o conhecimento da distribuição das variáveis, para aplicação dos métodos encontrados na literatura. Neste artigo, se discuti os principais procedimentos de Cartas de Controle Multivariadas Paramétricas encontrados na literatura: *Hotelling T²*, *MEWMA* e *MCUSUM*. Assim como suas aplicações nos processos industriais. Considerando as publicações realizadas entre 2006 e 2016, pesquisadas nas principais bases de dados de análise científica. Enfatiza-se neste artigo a necessidade de artigos de revisão, pois estes representam estudos expostos de forma compilada inclinando-se ao desencadeamento de novas ideias e campos de pesquisa. Assim, espera-se que o trabalho apresentado possa servir como fonte de motivação para elaboração de novos estudos e adaptações das implementações aqui discutidas.

Palavras-chave: Cartas de controle multivariadas paramétricas; *Hotelling T²*; *MEWMA*; *MCUSUM*.

Abstract

The current industrial processes with industrial automation and a high volume of data inherent to the processes have required the control of variables in real time, so you can get quick answers to the detection and correction of failures that have occurred during the process. The multivariate nature of the industrial process requires robust methods to obtain effective statistical control. Parametric Multivariate Control charts are widely used in the industrial sector for the monitoring and process control. Parametric multivariate control charts are traditional control charts that presupposes the knowledge of the distribution of variables, for the application of the methods found in the literature. In this article, we discuss the main procedures of Parametric Multivariate Control charts found in literature: *Hotelling T²*, *MEWMA* and *MCUSUM*. As well as its applications in industrial processes. Considering the publications held between 2006 and 2016, surveyed in the main databases of scientific analysis. This article emphasizes the need for review articles, since they represent compiled expositions, inclined to the triggering of new ideas and fields of research. Thus, it is expected that the presented work can serve as a source of motivation for the elaboration of new studies and adaptations of the implementations discussed here.

Keywords: Parametric multivariate control charts; *Hotelling T²*; *MEWMA*; *MCUSUM*.

1. Introdução

Os processos industriais atuais requerem técnicas estatísticas de controle capazes de monitorar variáveis de processo simultaneamente ou controlar duas ou mais características de qualidade dos produtos provenientes destes processos. As cartas de controle multivariadas, são utilizadas quando existe correlação entre as variáveis sob análise, mostrando como as variáveis influenciam no processo simultaneamente, sendo capazes de monitorar um conjunto de duas ou mais variáveis de processos. Problemas de monitoramento de processos nos quais o interesse recai sobre várias variáveis relacionadas são chamados de problemas de controle da qualidade multivariados.

Esse assunto é de particular importância no gerenciamento de processos hoje, na medida em que os procedimentos de inspeção automática tornam relativamente fácil a medição de muitos parâmetros em cada unidade do produto manufaturado. Por exemplo, muitas indústrias químicas e de processamento e fabricantes de semicondutores mantêm, rotineiramente, bancos de dados sobre a produção com dados sobre o processo e a qualidade em relação a centenas de variáveis. O monitoramento e análise desses dados com procedimentos univariados de Controle Estatístico de Processo (CEP) são, em geral, ineficazes. Por essa razão, o uso de métodos multivariados cresceu muito nos últimos anos sendo utilizado no gerenciamento e controle de processos industriais (Montgomery, 2016).

As Cartas de Controle Multivariadas Paramétricas (CCMP) são gráficos de controle tradicionais que pressupõe o conhecimento da distribuição das variáveis, para aplicação dos métodos encontrados na literatura. Os testes para construção das cartas de controle assumem que a distribuição das variáveis seja conhecida e que apenas valores de certos parâmetros, como média e desvio padrão, possam ser desconhecidos. A carta de controle multivariada mais conhecida T^2 de Hotelling, foi introduzida por Hotelling em 1947 durante a segunda guerra mundial.

As dificuldades encontradas durante a aplicação da carta Hotelling T^2 se dá quanto a sua interpretação, uma vez que os pontos sinalizados como fora de controle não especificam qual ou quais variáveis, ou que combinação de variáveis causam esta situação fora de controle. Para Hayter (2000) um procedimento de implementação de controle de qualidade multivariável terá sucesso quando atingir os seguintes objetivos gerenciais:

- I. Controlar a taxa de erro de falsos alarmes;
- II. Fornecer identificação direta das variáveis fora de controle;
- III. Ser capaz de indicar os desvios das variáveis aberrantes e seus referentes valores;
- IV. Ser válido sem exigir quaisquer pressupostos de distribuição.

Este artigo está estruturado em seis seções. A primeira seção refere-se à introdução, agora apresentada. A seção 2 aborda a metodologia do trabalho. A seção 3 apresenta a CCMP Hotelling T^2 . A seção 4 refere-se ao estudo da CCMP MEWMA. A seção 5 apresenta a CCMP MCUSUM. A seção 6 apresenta algumas extensões multivariadas dos gráficos univariados Shewhart. Finalmente, a seção 7 apresenta as conclusões relativas aos estudos de revisão bibliográfica e trabalhos futuros a partir desta pesquisa.

2. Metodologia

Metodologia refere-se à estrutura do processo de uma pesquisa, abrangendo o estudo das regras e procedimentos estabelecidos para sua realização (Gerhardt e De Souza, 2009). Ainda para os autores, a adoção de uma metodologia de pesquisa, permite que, a partir de um sistema de procedimentos ordenados sejam

elaboradas conclusões para os problemas previamente propostos.

Com base em Silveira e Córdova (2009), a classificação desta pesquisa se deu através de quatro preceitos: i) quanto a abordagem, como sendo qualitativa ii) a julgar por seu objetivo, como sendo exploratória e descritiva, iii) a julgar por sua natureza, como sendo aplicada iv) quanto aos procedimentos, como sendo uma pesquisa com survey que tem por base as pesquisas documental e bibliográfica.

Primeiramente foi realizada uma pesquisa bibliográfica, através de livros, artigos e conteúdos disponíveis em mídias digitais, sobre o tema proposto, com o intuito de fundamentar e tornar explícito a proposta de pesquisa. Após, realizou-se uma revisão da bibliográfica sobre as CCMP mais utilizadas como Hotelling T², MEWMA, MCUSUM, assim como extensões multivariadas da carta de controle de Shewart.

Adicionalmente, buscou-se analisar publicações com aplicações industriais recentes das CCMP acima citadas. Para tanto, foram pesquisadas as palavras chaves Cartas de controle multivariadas paramétricas; Hotelling T²; MEWMA; MCUSUM, considerou-se as publicações realizadas entre 2006 e 2016, pesquisadas nas principais bases de dados de análise científica, tais como Scopus e Science Direct.

Buscando ter uma abrangência maior de publicações durante a busca nos mecanismos de pesquisa as palavras chaves foram digitadas em inglês (Parametric Multivariate Control Charts, Hotelling T², MEWMA, MCUSUM), pois dessa forma a ocorrência dos termos buscados foi maior.

A busca de todos os termos pesquisados utilizou como filtro a busca nos campos de resumo, título e palavras-chave. Assim como o período de busca considerando as publicações ocorridas entre 2006 e 2016, o tipo de documento definido durante a pesquisa foi artigos e todos os idiomas foram considerados para realização da busca.

3. Hotelling T²

O gráfico de controle Hotelling T², introduzido por Hotelling, é a carta de controle mais popular para monitorar múltiplas características de qualidade, utilizada para monitorar o vetor média do processo. A sensibilidade das cartas de controle multivariadas de Hotelling para detectar problemas existentes nos processos é maior que as de cartas de controle univariadas.

Supondo que as variáveis de interesse seguem uma distribuição Normal p-variada, com vetor das médias (μ), assim como vetor da matriz de covariância (Σ). Para cada um das p variáveis de interesses, as quais serão monitoradas, tomamos amostras de tamanho n . A seguir calculamos a média amostral de cada variável de interesse e escrevemos seu resultado sob forma de vetor de média $\bar{\mathbf{x}}^t = [\bar{X}_1, \dots, \bar{X}_p]$.

Então a estatística a ser monitorada será

$$T^2 = n(\bar{\mathbf{X}} - \bar{\bar{\mathbf{X}}})^t \mathbf{S}^{-1} (\bar{\mathbf{X}} - \bar{\bar{\mathbf{X}}}) \quad (1)$$

Na equação (1), substituímos μ por $\bar{\bar{\mathbf{X}}}$. Sendo este o valor sob controle do vetor médio do processo. E o vetor da matriz de covariância Σ é substituído por \mathbf{S} . Onde $\bar{\bar{\mathbf{X}}}$ é a média amostral da característica de qualidade. A construção da carta de controle de Hotelling T² acontece em duas fases distintas. Na fase I utilizamos a carta para verificar se o processo se encontra sob controle quando as m amostras preliminares forem coletadas, nesta fase os parâmetros do processo também são estimados. O limite de controle superior para fase I é dado por

$$LSC = \frac{p(m-1)(n-1)}{mn - m - p + 1} F_{\alpha, p, mn-m-p+1} \quad e \quad LIC = 0 \quad (2)$$

Onde p é o número de características de qualidade monitoradas, n o tamanho da amostra, m a quantidade de amostras.

A fase II utiliza os parâmetros estimados na fase I para monitorar as amostras futuras. O limite de controle superior para fase II é dado por

$$LSC = \frac{p(m+1)(n-1)}{mn-m-p+1} F_{\alpha, p, mn-m-p+1} \text{ e } LIC = 0 \quad (3)$$

3.1 Aplicações da CCMP Hotelling T^2

Encontramos estudos e aplicações referentes as cartas de controle *Hotelling T^2* em diversos processos industriais, que ressaltam a eficácia da técnica para o controle e monitoramento do desempenho dos processos. Maciel et al. (2014) realizou uma análise estatística multivariada através da aplicação das cartas de controle T^2 afim de realizar o controle estatístico de qualidade em três classes de vinhos produzidos na Itália. Zanitt e Oliveira (2015) utilizaram *Hotelling T^2* juntamente com o método de decomposição da estatística T^2 na indústria de laticínio, direcionado ao controle de qualidade do leite cru recebido por um laticínio situado em Minas Gerais. Simón et al. (2009) implementaram a estatística *Hotelling T^2* na indústria de alimentos, em um processo de laminação do endosperma de grãos de milho para fabricação de farinha pré-cozido, demonstrando sua eficácia para detectar alterações no processo capazes de gerar problemas no produto.

Urbietta et al. (2015) utilizaram o gráfico T^2 para elaborar uma proposta de monitoramento de portfólios através de gráficos de controle, buscando identificar pontos de alteração no perfil de ativos de investimentos para que investidores pudessem rever a composição de suas respectivas carteiras com base na mudança do perfil de risco dos seus ativos e desta forma melhor gerenciar os componentes de risco e retorno de seus investimentos. Yeong et al. (2014) elaboraram um projeto econômico do gráfico de controle multivariável sintético de *Hotelling T^2* , em projetos econômicos visando minimizar custos sujeitos as dadas restrições estatísticas.

Lima et al. (2012) utilizaram as técnicas de Análise de Componentes Principais (ACP) e a carta de controle *Hotelling T^2* para aperfeiçoar o processo de monitoramento e controle da qualidade numa empresa que produz garrafas plásticas. Silva e Oliveria (2013) utilizaram o gráfico de controle multivariado baseado na estatística T^2 de *Hotelling* no controle de qualidade de um processo de produção de itens de segurança de carros. Zamarrón et al. (2012) apresentam uma metodologia baseada no gráfico *Hotelling T^2* e na análise de componentes principais, para identificar variáveis fora de controle assim como a estrutura tridimensional do produto, aplicada a uma empresa do setor metal-mecânico.

Faraz et al. (2013) propõem o monitoramento de cadeias de distribuição usando gráficos de controle multivariados. Castagliola e Rosa (2006) elaboraram uma modificação para a carta de controle *Hotelling T^2* , visando o monitoramento de lotes de processo com diferentes durações utilizando a distância de Hausdorff.

Tôrres et al. (2015) apresentaram um estudo no qual gráficos de controle multivariados foram construídos para monitorar a estabilidade do captopril, um fármaco anti-hipertensivo. Kourti (2006) ressalta a contribuição da análise estatística multivariada para indústria farmacêutica, que como qualquer outro nicho industrial busca processos rápidos e a melhoria contínua em seus produtos.

Capilla (2009) utilizou a estatística T^2 de *Hotelling* aplicada a avaliação de desempenho no processo de águas residuais. Kisić et al. (2015) propõem um algoritmo para manutenção de subsistemas de moagem de carvão em uma central termoelétrica que envolve a aplicação do gráfico T^2 de *Hotelling*, visando melhorar o

desempenho da eficiência energética e a estabilidade de operação dos subsistemas.

Choi et al. (2006) elaboram um método robusto, capaz de reduzir taxas de alarmes falsos em gráficos de monitoramento, aplicada em um sistema estático multivariado baseados em métricas de monitoramento T^2 , e se mostrando eficaz para o monitoramento de processos onde as mudanças são rápidas ou lentas. Henning et al. (2014) utilizaram o gráfico de controle T^2 de *Hotelling* no monitoramento do processo de retificação do diâmetro interno de um cilindro de aço, durante o processo de usinagem. Boullosa et al. (2017) implementaram o gráfico T^2 de *Hotelling* para o monitoramento do processo multivariável de lubrificação do cilindro de um motor de diesel marinho 2T instalado em um navio taque.

Teixeira (2016) utiliza a distribuição multivariada *Hotelling* T^2 em conjunto com a técnica dos mínimos quadrados parciais (PLS, do inglês Partial Least Squares) para modelar o valor de iodo com o espectro Raman de óleo do peixe salmão e percentagem de modelagem do leite de vaca em misturas de iodo com o espectro Raman de óleo do peixe de salmão. Leoni et al. (2015) analisa o efeito combinado da correlação e da autocorrelação sobre o desempenho do T^2 considerando amostras bivariadas. Vives-Mestres et al. (2016) realizam a interpretação de sinais no gráfico de *Hotelling* T^2 para controle de dados composicionais para problemas de baixa e alta dimensão. Sparks (2015) discute os problemas potenciais da utilização do gráfico de *Hotelling* T^2 no monitoramento de dados multivariáveis altamente correlacionados.

A aplicação de estudos baseados no método *Hotelling* T^2 em conjunto com técnicas de decomposição, permitem detectar as causas que levam as variáveis sob análise não alcançarem os parâmetros de qualidades adequados ao final dos processos. A partir do conhecimento dessas causas melhorias podem ser propostas para eliminar ou reduzir a influência destas variáveis na qualidade dos processos, aumentando seu desempenho. A implementação das técnicas baseadas em *Hotelling* T^2 se mostram eficazes para variáveis ou correlações causadoras de anomalias. Também costuma ser aplicada na redução de custos, na otimização de processos logísticos e avaliação de desempenhos econômicos e ao controle de qualidade *on-line* e *off-line*.

4. Multivariate Exponentially Weigthed Moving Average

A carta de controle multivariada de média móvel exponencialmente ponderada (Multivariate Exponentially Weigthed Moving Average), é uma extensão da carta EWMA univariada. A versão multivariada do EWMA oferece maior sensibilidade para pequenas mudanças. O monitoramento do vetor média do processo realizado pela estatística MEWMA é dado por

$$\mathbf{Z}_i = \mathbf{R}\mathbf{x}_i + (1 - \mathbf{R})\mathbf{Z}_{i-1} \quad (4)$$

Na equação acima, temos \mathbf{x}_i como vetor de observação amostrais p -dimensional referente à $i^{\text{ésima}}$ amostral unitária ($n=1$), \mathbf{R} representando a matriz diagonal (r_1, r_2, \dots, r_p), na qual r é a constante de ponderação $\{\{r_p \in (0,1]\}\}$ e \mathbf{Z}_{i-1} representa o vetor p -dimensional dos escores referentes a amostra $i - 1$, e supomos que $\mathbf{Z}_0 = \mathbf{0}$.

Nos casos em que não houver necessidade de atribuir diferentes pesos para variáveis sob monitoramento, temos $r_1 = r_2 = \dots = r_p = r$. Então o processo será monitorado por

$$\mathbf{T}_i^2 = \mathbf{Z}_i' \Sigma_{\mathbf{Z}_i}^{-1} \mathbf{Z}_i \quad (5)$$

Sendo $\Sigma_{\mathbf{Z}_i}$ a matriz de covariância dado por

$$\Sigma_{\mathbf{Z}_i} = \frac{r}{2-r} [\mathbf{1} - (\mathbf{1} - r)^{2i}] \Sigma \quad (6)$$

A versão multivariada do gráfico de controle EWMA exposto pode sofrer variações dependendo da aplicação e das necessidades do processo a ser monitorado. Buscamos apresentar de maneira simples e objetiva a extensão multivariada MWEMA. Os artigos citados representam as aplicações encontradas na literatura da técnica MWEMA, entretanto sua implementação em cada artigo citado pode sofrer variações e adaptações segundo as necessidades do processo analisado.

4.1 Aplicações da MEWMA

Assim como a carta de controle *Hotelling T²*, as cartas de controle baseadas em MEWMA possuem amplas implementações nos diversos nichos industriais. Fassò e Locatelli (2007) aplicaram um modelo baseado em MEWMA na produção de discos de freio para indústria. Rato e Reis (2015) apresentam uma adaptação multivariada EWMA aplicada ao monitoramento on-line em estruturas de correlação das variáveis dos processos.

Ardakan et al. (2016) propõe um modelo híbrido baseado no gráfico de controle MEWMA com programa de gerenciamento de manutenção, para detectar de forma rápida estados fora de controle e proporcionar a redução de custos. Poloni e Sbrana (2015) utilizam a suavização exponencial multivariada baseada em MEWMA aplicada a previsão de demanda tornando-se uma ferramenta para o planejamento de produção multivariada.

Joner Jr. et al. (2008) implementam a técnica MEWMA aplicada à identificação rápida do aumento da taxa de incidência de alguma determinada doença ou condição médica. Niaki et al. (2010) propõem o desenho econômico do gráfico de controle MEWMA para o monitoramento do vetor médio do processo utilizando a perda de Taguchi, onde as propriedades estatísticas do modelo não aumentam os custos de monitoramento do processo.

Zou et al. (2012) propõem um gráfico de controle baseado no estimador Lasso em conjunto com o gráfico de controle média móvel exponencialmente ponderada multivariada, o modelo proposto foi ilustrado através de um exemplo em uma empresa logística, acompanhado o processo de descarga e eficiência da capacidade do processo. Amiri et al. (2014) utilizaram o MEWMA para o monitoramento de perfil correlacionado e características de qualidade multivariada simultâneas, aplicado a um caso real da indústria eletrônica.

Rahin et al. (2011) implementam versões adaptativas do gráfico de controle Shewart, MEWMA e *Hotelling T²* para um acompanhamento e monitoramento eficaz de um sistema de fluido físico. Lee et al. (2008) propõem a aplicação dupla do MEWMA para processos de fabricação de semicondutores, cuja natureza possui variáveis de entrada e saída múltiplas.

Pan et. al. (2018) utilizam os gráficos multivariados MEWMA e MCUSUM, a abordagem proposta pelos autores é focada no controle multivariado residual para monitorar a qualidade do processo para sistemas multiestágios com características de qualidades múltiplas.

Noorossana et al. (2010) propõe três métodos de monitoramento de perfis lineares simples multivariados, baseados no gráfico de controle MEWMA. O primeiro método consiste na abordagem MEWMA destinado a monitorar diretamente parâmetros de perfis multivariado. O segundo método se dá através da combinação do gráfico MEWMA com o gráfico de controle Qui quadrado, para que diferenças entre o perfil de referência e o perfil de amostra seja monitorado. O terceiro método é baseado no monitoramento simples do perfil linear. Noorossana et al. (2010) avaliaram o desempenho dos métodos em termos do comprimento médio de corrida (ARL, do inglês Average Run Length), revelando a eficácia dos métodos na detecção de mudanças

nos parâmetros do processo. Os métodos propostos por Noorossana et al. (2010) é aplicado num caso real de calibração.

Chang (2007) abordam a construção de modelos heurísticos do gráfico de controle MCUSUM, MEWMA para populações distorcidas considerando o método de desvio padrão ponderado no qual a variância-covariância são ajustadas as características de qualidade e se aproxima da densidade de probabilidade utilizando várias distribuições normais multivariadas. O método proposto visa refletir a assimetria reduzindo os gráficos convencionais quando apresentam uma distribuição simétrica.

5. Multivariate Cumulative Sum

As cartas de controle multivariadas MCUSUM (Multivariate Cumulative Sum) são cartas de soma cumulativa multivariável. Assim como as cartas de controle MEWMA (Multivariate Exponentially Weighed Moving Average), são uma alternativa para situações que exijam detecção de pequenas mudanças em parâmetros do processo. O controle estatístico de processos multivariados baseados em CUSUM, de forma genérica pode apresentar duas classificações:

- I. Múltiplas cartas univariadas CUSUM para procedimentos de controle, as quais desconsideram correlação entre as variáveis.
- II. Cartas multivariadas baseadas em CUSUM, que utilizam a matriz de covariâncias das variáveis para realizar procedimentos de controle.

Assim o procedimento de controle MCUSUM, que representa a extensão multivariada da carta CUSUM univariada, é dado por:

$$C_l = \sqrt{[(S_{l-1} + x_l)' \Sigma^{-1} (S_{l-1} + x_l)]} \quad (7)$$

Onde S_l representa as somas acumuladas, expressas por:

$$S_l = 0 \text{ se } C_l \leq K \quad (8)$$

$$S_l = (S_{l-1} + x_l - \mu_o) / (1 - (K / c_l)) \text{ se } C_l > K \quad (9)$$

Tem-se o valor de referência $k > 1$, relacionado à magnitude de mudança. E $S_0 = 0$. A estatística de controle MCUSUM a ser plotada, é definida por:

$$Y_l = \sqrt{S_l' \Sigma^{-1} S_l} \quad (10)$$

O processo será interpretado como fora de controle se $Y_l > H$.

Entretanto, esta pode ser considerada uma forma geral de construção de gráficos multivariados do tipo CUSUM. Na literatura e nos artigos apresentados mencionamos a utilização da técnica multivariada MCUSUM, porém cada um foi desenvolvido segundo algum critérios e adaptação que melhor representasse os dados, visando aumentar o desempenho do monitoramento dos processos.

5.1 Aplicações da MCUSUM

A implementação de cartas de controle MCUSUM são alternativas para processos que necessitem identificar pequenas à médias mudanças em seus parâmetros operacionais. Possui aplicações em diversos segmentos industriais, assim como os métodos anteriormente expostos. Dai et al. (2011) propõe uma nova tabela MCUSUM a partir de leituras do estado atual do processo para que mudanças médias sejam rapidamente detectadas em processos multivariáveis. Hwang (2016) propõe uma abordagem melhorada do gráfico MCUSUM baseada em classificação visando detectar rapidamente grandes níveis de deslocamento na média do processo.

Ghobadi et al. (2015) desenvolveram um gráfico de soma cumulativa multivariada baseada na teoria do conjunto fuzzy para detecção de mudanças pequenas à médias, aplicada à indústria alimentícia. Miekley et al. (2013) utilizam a metodologia MCUSUM na detecção precoce de mastite e claudicação utilizando dados de uma fazenda de pesquisa de laticínios.

Alves et al. (2010) investigam as diferenças presentes entre os gráficos e os gráficos Hotelling T^2 para detecção de pequenas mudanças no vetor média do processo, o estudo se dá numa indústria do Sul do Brasil, da qual são utilizados dados reais de um processo de usinagem de um bloco de veículos de passageiros. Abdella et al. (2016) propõem um baseado em seleção variável visando melhorar a sensibilidade da abordagem tradicional para condições fora de controle em processo com alta dimensionalidade, aplicado em um sistema de fabricação de monitoramento automático para dimensões de parafusos.

Golosnoy et al. (2011) apresentam uma abordagem de gráficos de controle MCUSUM como ferramenta de apoio a tomada de decisão para investidores, junto à carteira de variação mínima global, utilizada na seleção e acompanhamento de portfólios. Garthoff et al. (2014) avaliam o desempenho dos gráficos MCUSUM e MEWMA para detecção de mudanças no vetor da média de séries temporais financeiras multivariadas, o método de monitoramento das alterações na média do processo indicam retornos diários das taxas de câmbio.

May et al. (2010) utilizam as abordagens univariada e multivariadas do método CUSUM aplica a área médica de vigilância sindrômica, visando detectar precocemente um surto de doenças. Harrou et al. (2015) utilizam a métrica estatística multivariada MCUSUM em conjunto com a Análise de Componentes Principais (ACP) para detectar anomalias e monitorar demandas em um departamento médico hospitalar. Han e Zhong (2015) realizam a comparação dos métodos MCUSUM e MEWMA aplicados à vigilância de doenças crônicas espaciotemporais, visando a vigilância da saúde de populações não homogêneas. Waterhouse et al. (2010) analisam a implementação e desempenho dos gráficos MCUSUM e Hotelling T^2 no monitoramento de clínico.

Hui e Chen (2012) utilizaram o método MCUSUM aplicado à covariância, assim como o método de coerência direcional parcial para capturar mudanças estruturais nos índices de ações imobiliárias em cinco países emergentes (Tailândia, Malásia, Coréia do Sul, República Popular da China e Taiwan).

Noorossana e Vaghefi (2006) investigam o efeito da autocorrelação sobre o gráfico de controle MCUSUM. Usando o comprimento médio de corrida (ARL, do inglês Average Run Length) pode-se verificar a deterioração que a autocorrelação presente no gráfico. Para contornar esta dificuldade um modelo baseado em séries temporais é apresentado afim de melhorar o desempenho das propriedades do ARL.

Golosnoy et al. (2011) traz uma abordagem de gráficos de controle MCUSUM como ferramenta de apoio a tomada de decisão para investidores, junto à carteira de variação mínima global (GMVP, do inglês Global Minimum Variance Portfolio), utilizada na seleção e acompanhamento de portfólios. Os sinais gráficos se mostraram úteis como estratégia de redução da variação da carteira, diferente de outras abordagens de

referência que negligenciam informações ilustradas pelo sinal. Permitindo o investidor a tomada de decisão e seleção de novos portfólios ao verificar sinais interpretados como falhas. Tornando a utilização do gráfico uma estratégia a ser utilizada em aplicações financeiras.

Niaki e Nezhad (2009) fazem a comparação da MCUSUM, MEWMA e do gráfico de controle *Hotelling T²* com uma nova abordagem de monitoramento do deslocamento médio geral que classifica os estados do sistema de controle multivariável de qualidade.

6. Extensão multivariadas do gráfico tipo Shewhart

Neste tópico será descrito algumas extensões multivariadas dos gráficos univariados Shewhart, segundo Bersimis et al. (2007). O gráfico de controle Shewhart multivariado é construído a partir de duas fases distintas. Na fase I o gráfico é utilizado para testar se o processo estava sob controle estatístico quando determinado conjunto de dados foi coletado, como uso retrospectivo de gráfico de controle. Na fase II os gráficos de controle são utilizados para verificar se o processo permanece sob controle estatístico quando futuras subgrupos analisados. Os gráficos multivariados do tipo Shewhart são construídos a partir de amostras atuais, e é considerado relativamente insensível a pequenas e moderadas mudanças do vetor médio do processo. As extensões multivariadas dos gráficos EWMA e CUSUM foram desenvolvidos para superar as limitações do gráfico multivariado tipo Shewhart. Entretanto os gráficos do tipo Shewhart podem ser utilizados na forma multivariada como os demais gráficos univariados descritos.

Deraemaeker et al. (2008) os gráficos de controle multivariados do tipo Shewhart aplicado no problema de detecção de danos utilizando medições de vibrações de saídas em condições de mudanças ambientais. Nidsunkid et al. (2017) explora a sensibilidade dos comprimentos médios de execução para o gráfico multivariado de Shewhart e para gráficos MEWMA em casos que a suposição de normalidade está incorreta. Zhang et al. (2014) utilizam dois gráficos de controle multivariados do tipo Shewhart para monitorar o termo de tendência linear e a correlação dentro do perfil separadamente na fase II.

Cheng e Shiau (2015) abordam um novo gráfico de controle com distribuição livre, no sentido que a taxa de alarme falso pode ser controlada para distribuições de direcionamento elíptico. Os autores utilizam o gráfico do tipo Shewhart para realizar a detecção de observações fora de controle estatístico em dados históricos da fase I. A estatística de sinal espacial, que define a direção multivariada de uma observação é utilizada para a construção do gráfico. O gráfico proposto foi comparado com o tradicional gráfico multivariado de *Hotelling T²*, e conforme análises o gráfico proposto apresenta um desempenho melhor na detecção de observações fora de controle e para suposição de normalidade.

Leoni e Costa (2017) propõe a utilização do gráfico tipo Shewhart para monitorar vetores bivariados e trivariados. Os autores utilizam o gráfico de médias para controlar processos de natureza multivariada. A ideia básica de Leoni e Costa (2017) é controlar o vetor média dos processos bivariados e trivariados alternando a estatística de gráficos do gráfico e do gráfico de Shewhart. Assim o monitoramento é realizado a partir do gráfico Shewhart com estatística de gráficos alternados.

7. Conclusões

Atualmente as CCMP, que são gráficos de controle multivariados, têm sido amplamente utilizados na indústria, devido ao aumento de variáveis presentes nos processos, sua simultaneidade e a necessidade de monitoramentos em tempo real para o acompanhamento do desempenho dos processos. Com isso cresce a

necessidade de pesquisas sobre este tipo de gráficos, suas implementações e disseminação nos mais variados nichos industriais.

Os gráficos *Hotelling T²*, MEWMA e MCUSUM apresentaram aplicações eficazes e aumento de desempenho dos processos em diversos nichos industriais: indústria alimentícia, processos químicos, desenvolvimento de produtos, indústria farmacêutica, setor metalmeccânico, área da saúde, área de logística, setor hospitalar, sistemas hídricos, projetos náuticos, indústria eletrônica, mercado imobiliário, aplicações financeiras, entre outras.

O uso de CCMP têm sido adaptados as características atuais dos processos industriais e utilizados em conjuntos com diversas técnicas estatísticas afim de aderir as mudanças inerentes aos processos em seus diversos segmentos. Suas implementações como controle estatístico de processos aumentam a confiabilidade dos sistemas de produção, reduzem custos operacionais, proporcionam o alcance de níveis de qualidade desejados, aumento da produtividade e desempenho dos processos.

O presente trabalho buscou realizar uma introdução, exposição dos trabalhos realizados sobre as principais CCMP e da disseminação destas nos processos industriais. Enfatiza-se a necessidade de artigos de revisão, pois estes representam estudos expostos de forma compilada inclinando-se ao desencadeamento de novas ideias e campos de pesquisa. Assim, espera-se que o trabalho apresentado possa servir como fonte de motivação para elaboração de novos estudos e adaptações das implementações aqui discutidas.

Sugere-se como trabalho futuro a realização de uma extensão desta revisão bibliográfica na forma de uma análise bibliométrica de forma a quantificar os trabalhos presentes na literatura recente. Através de uma análise bibliométrica será possível verificar a expansão das CCMP e o desenvolvimento de novas aplicações e adaptações que são de extrema relevância para acompanhar as demandas industriais atuais.

Agradecimentos

Os autores agradecem a Universidade Federal de Pelotas pela concessão de bolsa de Iniciação Científica PBIP/UFPel no período de 01/08/2016 a 31/12/2017 para a aluna, o que possibilitou a realização desta pesquisa com sua professora orientadora neste projeto.

Referências

Abdella, G. M., Al-Khalifa, K. N., Kim, S., Jeong, M. K., Elsayed, E. A., Hamouda, A. M. (2016). Variable selection-based multivariate cumulative sum control chart. *Quality and Reliability Engineering International*. 33(3), 565-578.

Alves, C.C., Samohyl, R. W., Henning, E. (2010) Application of multivariate cumulative sum control charts (MCUSUM) for a machining process. XVI International Conference on Industrial Engineering and Operations Management, São Paulo, Brasil. 1-7.

Amiri, A., Zou, C., Doroudyan, M. (2014). Monitoring correlated profile and multivariate quality characteristics. *Quality and Reliability Engineering International*. 30, 133-142.

Ardakan, M. A., Hamadani, A. Z., Sima, M., Reihaneh, M. (2016). A hybrid model for economic design of MEWMA control chart under maintenance policies. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 83, 2101-2110.

Bersimis, S.; Psarakis, S.; Panaretos, J. (2007). Multivariate Statistical Process Control Charts: An Overview. *Quality and Reliability Engineering International*. 23, 517-543.

- Boullosa, D., Larrabe, J. L., Lopez, A., Gomez, M. A. (2017). Monitoring through T^2 Hotelling of cylinder lubrication process of marine diesel engine. *Applied Thermal Engineering*. 110, 32-38.
- Capilla, C. (2009). Application and simulation study of the Hotelling's T^2 control chart to monitor a Wastewater treatment process. *Environmental Engineering Science*. 26 (2), 333-341.
- Castagliola, P., Rosa, A. F. P. (2006). Monitoring of Batch Processes with varying durations based on the Hausdorff distance. *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering*. 13 (3), 1-24.
- Chang, Y. S. (2007). Multivariate CUSUM and EWMA control charts for Skewed Populations using weighted standard deviations. *Communications in Statistics – Simulation and Computation*. 36, 921-936.
- Cheng, C.R., Shiau, J.J. H. (2015). A distribution-Free multivariate control chart for phase I applications. *Quality and Reliability Engineering International*. 31, 97-111.
- Choi, S. W., Martin, E. B., Morris, A. J., Lee, I.B. (2006). Adaptive multivariate statistical process control for monitoring time-varying processes. *Industrial & Engineering Chemistry*. 45, 3108-3118.
- Dai, Y., Luo, Y., Li, Z., Wang, Z. (2011). A new adaptive CUSUM control chart for detecting the multivariate process mean. *Quality and Reliability Engineering International*. 27, 877-884.
- Deraemaeker, A., Reynders, G., De Roeck, G., Kulla, A. (2008). Vibration-based structural health monitoring using output-only measurements under changing environment. *Systems and Signal Processing*. 22, 34-56.
- Faraz, A., Heuchene, C., Saniga, E., Foster, E. (2013). Monitoring delivery chains using multivariate control charts. *European Journal of Operational Research*. 228, 282-289.
- Fassò, A., Locatelli, S. (2007). Asymmetric monitoring of multivariate data with nonlinear dynamics. *AStA*. 91, 23-37.
- Garthoff, R., Golosnoy, V., Schmid, W. (2014). Monitoring the mean of multivariate financial time series. *Applied Stochastic Models in Business and Industry*. 30, 328-340.
- Gerhardt, T. E.; De Souza, A. C. (2009). Aspectos teóricos e conceituais. In: *Métodos de Pesquisa*. Editora da UFRGS, Porto Alegre, p. 11-29.
- Ghobadi, S. Noghondarian, K., Noorossana, R., Mirhosseini, S. (2015). Developing a fuzzy multivariate CUSUM control chart to monitor multimodal linguistic quality characteristics. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 79, 1893-1903.
- Golosnoy, V., Ragulon, S., Schmid, W. (2011). CUSUM control charts for monitoring optimal portfolio weights. *Computational Statistics and Data Analysis*. 55, 2991-3009.
- Han, S W., Zhong, H. (2015). A comparison of MCUSUM-based and MEWMA-based spatiotemporal surveillance under non-homogeneous populations. *Quality and Reliability Engineering International*. 31, 1449-1472.
- Harrou, F., Kadri, F., Chaabane, S., Tahon, C., Sun, Y. (2015). Improved principal component analysis for anomaly detection: Application to an emergency department. *Computers & Industrial Engineering* 88, 63-77.
- Hayter, A. J. (2000). *Statistical Process Monitoring and Optimization*. 160. New York: Marcel Dekker.
- Henning, E., Maia, M. T., Konrath, A. C. (2014). Application of Hotelling's T^2 control chart for a machining

process of the inside diameter of a steel cylinder. *Gestão da Produção, Operações e Sistemas*, Bauru. 9 (2), 155-167.

Hui, E. C. M., Chen, J. (2012). Investigating the change of causality in emerging property markets during the financial tsunami. *Physica A*. 391, 3951-3962.

Hwang, W.Y. (2016). A new rank-based multivariate CUMUM approach for monitoring the process mean. *Quality and Reliability Engineering International*. 32, 1167-1178.

Joner, J.R., Woodall, W. H., Reynolds JR, M. R., Fricker JR, R. D. (2008). A one-sided MEWMA chart for health surveillance. *Quality and Reliability Engineering International*. 24, 503-518.

Kisić, E., Durović, Z., Kovacević, B., Petrović, V. (2017). Application of T^2 control charts and hidden Markov models in condition-based maintenance at thermoelectric power plants. *Hindawi Publishing Corporation Shock and Vibration*. 1-12.

Kourti, T. (2006). The process analytical technology initiative and multivariate process analysis, monitoring and control. *Analytical and Bioanalytical Chemistry*. 384, 1043-1048.

Leoni, R. C., Costa, A. F. B. (2017). Monitoring bivariate and trivariate mean vectors with a Shewhart chart. *Quality and Reliability Engineering International*. 33, 2035-2042.

Leoni, R. C., Costa, A. F. B., Machado, M. A. G. (2015). The effect of the autocorrelation on the performance of the T^2 chart. *European Journal of Operational Reserch*. 247, 155-165.

Lima, M. B. F., Santos, R.L. S., Souza, E. L., Silva, L. B. (2012). Aplicações do controle estatístico multivariado da qualidade: Monitoramento de garrafeiras plásticas numa empresa da Paraíba. XXXII Encontro Nacional de Engenharia de Produção, Bento Gonçalves, RS, Brasil.

Lee, S.P., Chou, R.J., Tseng, S.T. (2008). Stability and performance of a double MEWMA controller for drifted MIMO systems. *IIE Transactions*. 40, 690-705.

Maciel, T. H., Branco, G. M., Werner, L. (2014). Cartas de controle multivariadas: Estudo de caso em vinícolas italianas. *Cadernos do IME – Série Estatística*, Universidade Federal do Rio de Janeiro. ISSN on-line: 2317-4535. 37, 01-14.

May, L. S., Griffin, B. A., Bauers, N, M., Mitchum, M., Sikka, N., Carim, M., Stoto, M. A. (2010). Emergency department chief complaint and diagnosis data to detect influenza-like illness with na electronic medical record. *Western Journal of Emergency Medicine*. XI (1), 1-9.

Miekley, B. Stamer, E., Traulsen, I., Krieter, J. (2013). Implementation of multivariate cumulative sum control charts in mastitis and lameness monitoring. *Journal of Dairy Science*. 96 (9).

Montgomery, D. C. (2016) *Introdução ao Controle Estatístico da Qualidade*, 7ª edição, LTC, VitalBook file.

Niaki, S. T. A., Ershadi, M. J., Malaki, M. (2010). Economic and economic-statistical designs of MEWMA control charts – a hybrid Taguchi loss, Markov chain, and genetic algorithm approach. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 48, 283-296.

Niaki, S. T. A., Nezhad, M. S. F. (2009). Decision-making in detecting and diagnosing faults of multivariate statistical quality control systems. *International Journal Advanced Manufacturing Technology*. 42, 713-724.

- Nidsunkid, S., Borkowski, J. J., Budsaba, K. (2017). The effects violations of the multivariate normality assumption in multivariate Shewhart and MEWMA control charts. *Quality and Reliability Engineering International*. 33, 2563-2576.
- Noorossana, R., Eyvazian, M., Vagheti, A. (2010). Phase II monitoring of multivariate simple linear profiles. *Computers & Industrial Engineering*. 58, 563-570.
- Noorossana, R., Vagheti, S. J. M. (2006). Effect of autocorrelation on performance of the MCUSUM control chart. *Quality and Reliability Engineering International*. 22, 91-197.
- Pan, J.N., Li, C.I., Hsu, J.W. (2018). Monitoring the process quality for multistage systems with multiple characteristics. *International Journal of Quality & Reliability Management*. 35, 50-63.
- Poloni, F., Sbrana, G. (2015). A note on forecasting demand using the multivariate exponential smoothing framework. *International Journal of Production Economics*. 162, 143-150.
- Rahim, M. A., Khalid, H. M., Akram, M., Khoukhi, A., Cheded, L., Doraiswami, R. (2011). Quality monitoring of a closed-loop system with parametric uncertainties and external disturbances: a fault detection and isolation approach. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 55, 293-306.
- Rato, T. J., Reis, M. S. (2015). On-line process monitoring using local measures of association: Part I – Detection performance. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*. 142, 255-264.
- Silva, R. H. T., Oliveira, D. C. R. (2013). Controle de qualidade de um processo de produção de itens de segurança de carros. XXXIII Encontro Nacional de Engenharia de Produção, Salvador, BA, Brasil.
- Silveira, D. T., Córdova, F. P. (2009). A pesquisa científica. In: *Métodos de Pesquisa*. Editora da UFRGS, Porto Alegre, p. 31-42.
- Simón, F. J., Martha, V., Giampaolo, O., Simón, B. (2009). Control estadístico de procesos multivariantes em la indústria alimentaria: Implementación a través del estadístico T^2 - Hotelling. *Agroalimentaria*. 15 (28), 91-105.
- Sparks, R. (2015). Monitoring Highly Correlated Multivariate Processes Using Hotelling's T^2 Statistic: Problems and Possible Solutions. *Quality and Reliability Engineering International*. 31, 1089-1097.
- Teixeira, M. (2016). Hotelling T^2 based variable selection in partial least. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*. 154, 23-28.
- Tôrres, A. R., Grangeiro Júnior, S. G., Fragoso, W. D. (2015). Multivariate control charts for monitoring captopril stability. *Microchemical Journal*. 118, 259-265.
- Urbietta, P. C., Ho, L. L., Ribeiro, C. O. (2015). Aplicação de gráficos de controle para monitoramento de portfólios. XXXV Encontro Nacional de Engenharia de Produção, Fortaleza, CE, Brasil.
- Vives-Mestres, M., Daunis-I-Estadella, J., Martín-Fernández, J.A. (2016). Signal Interpretation in Hotelling's T^2 control charts for compositional data. *IIE TRANSACTIONS*. 48 (7), 661-672.
- Waterhouse, M., Smith, I., Assareh, H., Mengersen, K. (2010). Implementation of multivariate control charts in a clinical setting. *International Journal for Quality in Health Care*. 22 (5), 408-414.
- Yeong, W. C., Khoo, M. B. C., Lee, M. H., Rahim, M. A. (2014). Economically optimal design of a multivariate

synthetic T^2 chart. *Communications in Statistics – Simulation and Computation*. 43, 1333-1361.

Zamarrón, A. M. C., Prado, E. M., Luis, F. Z. (2012). Monitoreo y control de um processo normal multivariado. *Conciencia Tecnológica*. 43, 29-35.

Zanitt, J. F., Oliveira, D. C. R. (2015). Análise multivariada para o controle da qualidade microbiológica do leite cru. XXXV Encontro Nacional de Engenharia de Produção, Fortaleza, CE, Brasil.

Zhang, Y., He, Z., Zhang, C., Woodall, W. H. (2014). Control charts for monitoring linear profiles with within-profile correlation using gaussian process models. *Quality and Reliability Engineering International*. 30, 487-501.

Zou, C., Ning, X., Tsung, F. (2012). LASSO-based multivariate linear profile monitoring. *Annals of Operations Research*. 192, 3-19.